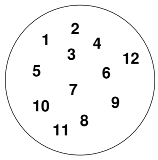
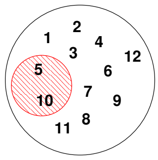
Musterlösung der 2. Übung

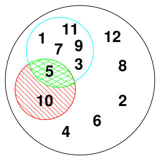
1. $H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
   Skizze in Wolkendarstellung:



2. $F = \{5, 10\}$



3. $X = \{5\}$



4. Leere Menge (5 ist nicht durch 3 ganzzahlig teilbar). $Y = \emptyset$

5. $A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{2\} = \{2\}$
   $(A \cap B) \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{2\}$

   $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
   $(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

   $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
   $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

6. $x \in R$, $y \in R$, $y = x^2$
   oder:
   $f : [R] \longrightarrow [R]$
   $f(x) = x^2$

7. Die richtige Antwort ist abhängig vom gewählten Wertebereich, der in der Aufgabenstellung nicht angegeben wurde.

Beispiel 1: $f : [0, \frac{\pi}{2}] \longrightarrow [0, 1]; f(x) = sin(x)$
f ist bijektiv.

Beispiel 2: $f : [0, \frac{\pi}{2}] \longrightarrow [0, 2]; f(x) = sin(x)$
f ist nicht surjektiv, da es kein x aus $[0, \frac{\pi}{2}]$ gibt, für das $f(x) = 2$ gelten würde.
f ist injektiv, da für alle x,y aus $[0, \frac{\pi}{2}]$ gilt $f(x) = f(y) \leadsto x = y$.

Beispiel 3: $f : [0, \pi] \to [0, 2]; f(x) = sin(x)$
f ist nicht surjektiv, da es kein x aus $[0, \pi]$ gibt, für das $f(x) = 2$ gelten würde.
f ist nicht injektiv, da $f(0) = f(\pi)$ aber $0 \neq \pi$.

8. Beispiel für $f : [-2, 2] \to [0, 4]; f(x) = x^2$
   f ist surjektiv.
   f ist nicht injektiv, da $f(-2) = f(2)$, aber $-2 \neq 2$.

9. Beispiel für den gleichen Wertebereich wie oben $f : [0, 4] \to [-2, 2]$
   f ist bijektiv (wäre es hier auch, falls der Wertebereich $f : [-2, 2] \to [-4, 4]$ wäre, obwohl es sich hier nicht im klassischen Sinne um eine Funktion handelt).

10. In jedem Falle injektiv. bijektiv nur, sofern der Definitions/Wertebereich ein x für jedes $f(x)$ beinhaltet.

11. Wenn man sich die Formel genau anschaut, sieht man es eigentlich sofort, aber der Vollständgkeit halber hier die Wertetabelle:

a	b	c	$(a \vee b \vee c) \wedge (c \vee b \vee a) \wedge a$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

    D.h. die Formel vereinfacht sich zu $(a \vee b \vee c) \wedge (c \vee b \vee a) \wedge a = a$.

12. Disjunktion: Addition, Konjunktion: Multiplikation. Dies gilt jedoch nur, wenn man ausschließlich positive Zahlen verwendet, da sonst der spezielle Fall eintreten kann, dass zwei „wahre“ Werte (ein positiver, ein negativer) sich bei der Addition genau zu 0 aufheben. Dies muss ggf. in Programmiersprachen wie C, in denen Ganzzahlen auch wie Boolean-Variablen in logischen Operationen verwendet werden dürfen, beachtet werden.